

ROCCO
CONSIDERAZIONI
SOPRA L'ANALISI
GEOMETRICA
N.- 26

IALE

ov.
nea

VITTORIO EM. III

7





678724

CONSIDERAZIONI

SOPRA

L' ANALISI GEOMETRICA

del Professore

CARLO ROCCO.

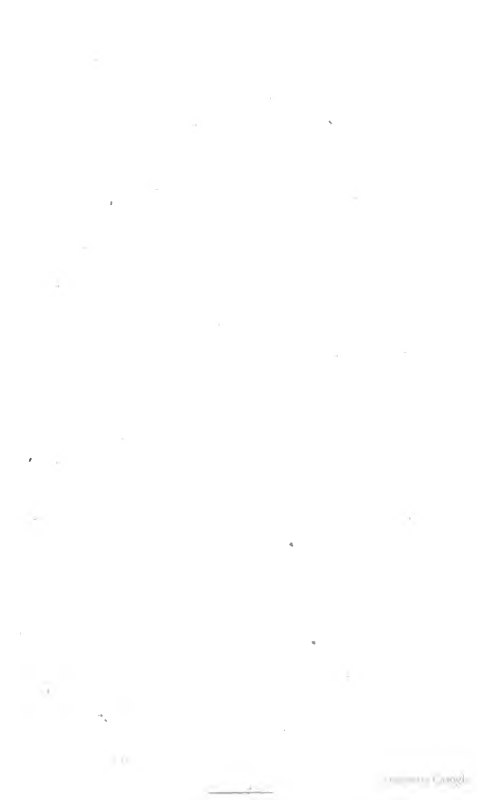
Articolo estratto dall' *Antologia Militare*.



NAPOLI

Dalla Reale Tipografia della Guerra

1843.



CONSIDERAZIONI SOPRA L'ANALISI GEOMETRICA.

1. Platone riduceva a tre i metodi geometrici , come attesta Proclo , ma dava il primo luogo all' *analisi* , di cui credesi generalmente che fosse l' inventore. Purtuttavia una siffatta opinione ci sembra insussistente , dappoichè l' analisi è il cammino naturale che tiene la mente umana nella ricerca della verità , ed è certo che prima di Platone i geometri della scuola italica avevano fatto uso dell' analisi nelle loro investigazioni. Quel gran filosofo non fece altro probabilmente che mettere in chiaro l' indicata operazione della mente , ed assegnare qualche norma per renderla più attiva e più feconda nella ricerca delle proprietà dell' estensione. Ma chechè siasi di ciò , noi cominceremo dall' esporre l' analisi geometrica, da alcuni detta platonica , quale veniva considerata nelle antiche scuole greche , e prenderemo per guida Pappo Alessandrino , che nelle sue *Collezioni matematiche* ci ha lasciate preziose notizie intorno alla geometria di quei tempi. Ecco le sue parole.

« L' analisi (risoluzione) è il cammino che , partendo » dalla cosa dimandata , come se fosse conosciuta, con- » duce per mezzo di una serie di conseguenze a qualche » cosa nota anteriormente , o messa nel numero de' prin-

» cipii riconosciuti per veri. Questo procedimento ci fa
 » dunque risalire da una verità, o da una proposizione
 » ai suoi antecedenti, e noi la chiamiamo *analisi*, o *ri-*
 » *soluzione*, come chi dicesse una soluzione in senso in-
 » verso. Nella *composizione* (*sintesi*) al contrario, noi
 » partiamo dalla proposizione che si trova esser l'ultima
 » dell'analisi, ordiniamo in seguito secondo la loro na-
 » tura gli antecedenti, che più sopra si presentavano
 » come conseguenti, e combinandoli fra loro arriviamo
 » allo scopo prefisso, donde eravamo partiti nel primo
 » caso.

» Si distinguono due specie di analisi: nell'una, che
 » si può chiamare *teorica*, si propone di riconoscere
 » la verità, o la falsità di una proposizione proposta;
 » l'altra si riferisce alla soluzione de' problemi.

» Nella prima, mettendo per vero o per già esistente
 » il soggetto della proposizione proposta, noi camminia-
 » mo per le conseguenze dell'ipotesi onde arrivare a
 » qualche cosa conosciuta; e se questo risultato è vero,
 » la proposizione proposta è anche vera. La dimostrazione
 » si forma in seguito ripigliando in ordine inverso le di-
 » verse parti dell'analisi. Se la conseguenza alla quale
 » si arriva in ultimo luogo si trova falsa, se ne con-
 » chiude che la proposizione analizzata lo è pure.

» Allorchè si tratta di un problema, noi lo supponiamo
 » sulle prime come risoluto, e spingiamo le conseguenze
 » che ne derivano fino a che si arrivi a qualche cosa
 » conosciuta. Se l'ultimo risultato può ottenersi, se è

» compreso in quello che i geometri chiamano *dati*, la
 » quistione proposta può risolversi. La dimostrazione si
 » forma ancora ripigliando in ordine inverso le parti del-
 » l'analisi. L'impossibilità dell'ultimo risultato dell'ana-
 » lisi proverà evidentemente in questo caso, come nel
 » precedente, quella della cosa domandata.

» Vi è inoltre nella soluzione di ciascun problema la
 » *determinazione*, vale a dire quella parte del ragio-
 » namento, con cui si dimostra quando, come, ed in
 » quanti modi il problema proposto può esser risoluto (*).

2. Dopo questo passo di Pappo non vogliamo qui o-
 mettere di riportare le definizioni dell'analisi, e della
 sintesi che si trovano in uno scolio alla Prop. 1. Lib. 13
 di Euclide, le quali appartengono a Teone geometra di
 Alessandria che meglio di noi poteva giudicare de' proce-
 dimenti degli antichi geometri greci. Egli esprimeasi come
 segue :

*Resolutio est sumptio quæsiti tamquam concessi per
 ea, quæ consequuntur in aliquod verum concessum.*

*Compositio est sumptio concessi per ea, quæ conse-
 quuntur in quæsiti conclusionem, seu deprachensionem.*

Da ciò si vede che Teone e Pappo si accordano nel
 darci la stessa idea dell'analisi, nè poteva essere altri-
 menti, poichè tutto il metodo dei Greci si riduceva in
 gran parte a questi generali precetti come si vedrà meglio
 in appresso. La loro applicazione ad esempi particolari

(*) Pappo nella prefazione al lib. 7.

si potrà vedere nelle sopraccitate collezioni di Pappo , nello scolio alla suddetta prop. 1 lib. 13 di Euclide , nei libri di Apollonio intitolati *de sectione rationis* , nelle opere di Viviani , di Roberto Simson , di Horsley , di Giannini , di Ghetaldo , ec. ec . . . , e soprattutto negli *Elementi di analisi geometrica* del celebre Leslie.

Avremmo potuto far quì menzione di altri lavori fatti coll' analisi geometrica degli antichi non solo da matematici stranieri , ma anche presso di noi , se ciò fosse stato necessario. Infatti dopo di aver nominati Pappo , ed Apollonio fra gli antichi , e Viviani , Simson , ed Horsley fra i moderni , che sono gli autori classici in questo argomento , a che sarebbe giovato il citare le soluzioni di alcuni vecchi problemi , come quelli delle *tazioni* , quello del Cramer , quello del Malfatti , ec. che da tanto tempo sono stati risolti da Vieta , da Fermat , da Castiglione , e dallo stesso Malfatti ? Noi parliamo de' metodi geometrici in generale , e però citiamo gli scritti de' classici autori , e non già gli esercizi di scuola , qualunque sia il merito di essi. Chi dunque voglia conoscere l' analisi degli antichi legga qualcuno degli autori sopraccitati , e vedrà subito di che si tratta.

Nell'analisi , dunque , supponendo la quistione come già risolta , si abbraccia il soggetto proposto nella sua totalità e si fa passare per diverse forme , ossia si fanno diverse traduzioni dell' enunciato finchè si arriva a conoscere a che si riduce la soluzione cercata.

Nella sintesi , al contrario , la proposizione enunciata

è sempre l'ultima conseguenza della serie dei ragionamenti che formano la dimostrazione: è questa una composizione, perchè si aggiunge, per così dire, principio a principio finchè si giunga a quella conseguenza.

4. Gli antichi greci nella esposizione delle verità trovate adoperavano quasi sempre la sintesi, e nascondevano l'analisi che li aveva condotti a scoprire quelle verità; ma non si deve da ciò concludere che essi tralasciassero di fare lunghi e profondi studi sul metodo analitico: al contrario si sa da Pappo che essi riguardavano l'analisi come la parte principale delle loro cognizioni, perocchè quei grandi geometri capivano benissimo che senza l'analisi non si può far nulla, non essendo la sintesi che una conseguenza dell'analisi, e propriamente una maniera di presentare ciò che si è già trovato per mezzo dell'analisi. Quindi immediatamente dopo gli elementi, l'analisi diveniva oggetto dell'insegnamento, e Pappo ci ha conservato il nome de' libri che si studiavano, e le indicazioni degli argomenti in essi trattati, col soccorso delle quali i geometri moderni hanno potuto restituire alcuni di quei libri che non sono giunti sino a noi. Le opere suddette costituivano il così detto *Luogo risoluto*, ed i principali autori di esse furono Euclide, Aristeo Seniore, ed Apollonio Pergeo che si può riguardare come il grande analista dell'antichità. In fatti questo sommo geometra si occupò a risolvere diversi problemi, che offrivano una grande varietà di casi, per dare modelli del metodo analitico; ed è giunto sino a noi uno

di questi modelli , vale a dire l' opera intitolata *de sectione rationis* , che venne pubblicata e commentata dal celebre Halley. Il tanto vantato luogo risoluto non consisteva dunque che in una raccolta di modelli del metodo analitico : *locus resolutus* , dice Pappo , *propria quædam est materia post communium elementorum constitutionem, iis parata, qui in geometricis sibi comparare volunt vim, ac facultatem inveniendi problemata quæ ipsis proponuntur.* Con lo studio di questi modelli un ingegno nato geometra poteva sviluppare la sua facoltà inventiva , perchè trovava occasione di esercitarla ; ma non altro poteva ricavarne , poichè il metodo degli antichi non ha regole fisse , e si riduce quasi interamente al precetto generale dell' analisi , ch'è la via naturale seguita dalla mente umana nelle sue investigazioni. Esso non è che una pesante macchina , la quale per mettersi in moto ha bisogno di esser diretta da cervelli pari a quelli di Apollonio : ed ecco perchè a malgrado de' grandi lavori analitici di questo sommo geometra , le matematiche vennero presso i greci in decadenza subito dopo la sua morte. Ed ove alcuno trovasse prevenuti ed arrischiati questi nostri giudizi , legga e mediti il seguente passaggio del celebre Cramer , che possedeva in grado eminente i vecchi ed i nuovi metodi.

» Gli Antichi hanno avuto tanto genio quanto i moderni , ma essi sono inferiori a questi in quanto al metodo , quell' arte infinitamente utile di dedurre da un solo principio universale un gran numero di verità , di

» sottometterle a regole generali, di svilupparle per
 » mezzo di conseguenze uniformi, e di legarle le une
 » alle altre nella maniera più propria a far nascere nuove
 » scoperte. Ciò che gli Antichi avevano dimostrato intorno
 » alle curve, per quanto importante, per quanto sottile
 » si fosse, non era tuttavia che un *ammasso di propo-*
 » *sizioni particolari*, che non potevano servire a tro-
 » varne altre, se non sotto l'aspetto che quelle ricerche
 » davano *degli esempi, e de' modelli*, che uno ingegn o
 » nato geometra si sforzava d'imitare. Una grande ap-
 » plicazione, e lo studio ostinato di una curva poteva
 » farvi scoprire delle proprietà singolari; l'inventore n'era
 » debitore al suo genio, e spesso al *caso*.

» Lo stesso era presso a poco di tutte le branche delle
 » matematiche fino alla scoperta dell'Algebra, mezzo in-
 » gegnoso di ridurre i problemi al calcolo più semplice,
 » ed il più facile che la quistione possa ammettere. Que-
 » sta *chiave universale delle matematiche* ne ha aperta
 » la porta a molti ingegni, pe' quali essa sarebbe stata
 » sempre chiusa senza un tanto soccorso. Si può dire che
 » questa scoperta ha prodotto una vera rivoluzione nelle
 » scienze che dipendono dal calcolo.

5. Ciò che precede basterebbe per decidere del merito
 effettivo dell'analisi degli antichi: ma trattandosi di un
 argomento importante, e che presso di noi soprattutto
 ha dato luogo a dispute assai clamorose, non vogliamo
 tralasciare di riportare in questo luogo i pensamenti di
 un altro sommo matematico, cui non può in alcun modo

applicarsi la ridicola distinzione che alcuni fanno tra Analista e Geometra (*).

» Ciò che gli Antichi, e soprattutto Archimede, dice

(*). *Stando a questa distinzione non si è avuto alcuna difficoltà di asserire che Cartesio, Lagrange, Legendre, ecc. sono stati sommi analisti, ma non geometri!!*

Le dispute, di cui si parla qui sopra, formarono nell'anno scorso il soggetto di un lungo articolo inserito negli Annali di Fisica, e di Matematica, che si pubblicano in Milano dal professore Majocchi. Leggendo quell'articolo si vede subito che l'autore di esso si è messo a parlare di ciò che non intendeva, forse per mancanza de' dati necessari; e però ha pronunziato un falso giudizio. La quistione in apparenza sta in questo: alcuni pretendono che nella risoluzione de' problemi geometrici debba essere preferita l'analisi degli antichi, che dicono esser superiore a quella de' moderni; altri sostengono tutto il contrario: ma la quistione reale, ed importantissima per noi, è che i primi vorrebbero proscrivere l'attual sistema d'insegnamento delle matematiche pure e miste, e sostituire ad esso un miscuglio d'antico e di nuovo, che non possiamo qui esporre, ma che basterà dire essere in opposizione di quanto ora trovasi praticato ne' più illustri stabilimenti scientifici del Mondo. Ecco la vera quistione che il giornalista milanese forse non ha potuto conoscere; ma in tal caso valeva meglio tacere, che pronunziare sentenze dal tripode.

» il marchese de l'Hopital, ci hanno lasciato sulla det-
 » trina delle curve è certamente degno di ammirazione.
 » Ma oltre che essi non si sono occupati che di un pic-
 » ciolissimo numero di curve, ed in un modo superfi-
 » ciale, le loro investigazioni su questo soggetto non si
 » riducono che ad alcune proposizioni particolari e senza
 » ordine, le quali non fanno conoscere alcun metodo re-
 » golare e seguito. Di tutto questo non può farsi ad essi
 » un rimprovero legittimo; dappoichè hanno avuto bisogno
 » di una estrema forza di genio per penetrare dentro tante
 » oscurità, e per entrare i primi in regioni affatto sco-
 » nosciute. Se essi non sono andati più lungi, almeno
 » non si sono smarriti, che che ne dica Vieta; e più le
 » strade che hanno percorse sono difficili e spinose, più
 » sono d'ammirarsi di non esservi peruti. In somma
 » non sembra che gli Antichi avessero potuto fare di più
 » per il loro tempo: essi hanno fatto ciò che i nostri buoni
 » ingegni avrebbero fatto nel loro luogo; e se vivessero
 » ne' nostri tempi è da credere che avrebbero le stesse
 » nostre vedute. È questa una conseguenza dell' egua-
 » glianza naturale degl' ingegni e della successione ne-
 » cessaria delle scoperte.

» Non è quindi da far meraviglia se gli Antichi non
 » siano andati più lungi; ma non sapremmo meravigliarci
 » abbastanza che uomini grandi, e tanto grandi quanto
 » gli Antichi, per lungo spazio di tempo non siano andati
 » al di là; e che *per una ammirazione quasi supersti-*
 » *ziosa* per le loro opere si siano contentati di leggerli e

» di commentarli, senza permettersi altro uso de' loro lumi
 » se non quello che bisognava per comprenderli; senza ar-
 » dire di commettere il delitto di pensare qualche volta
 » da se medesimi, e di spingere il loro sguardo al di là
 » di ciò che gli Antichi avevano scoperto. In questo modo
 » moltissimi travagliavano, scrivevano: si moltiplicavano
 » i libri, e nondimeno non si faceva alcun progresso:
 » tutti i lavori di più secoli non hanno fatto che riem-
 » pire il mondo di rispettosì comenti, e di traduzioni ri-
 » petute di originali spesso assai cattivi.

» Tale fu lo stato delle matematiche, e soprattutto
 » della filosofia, sino a Cartesio. Questo grande uomo
 » spinto dal suo genio e dalla sentita sua superiorità, ab-
 » bandonò gli antichi per seguire quella stessa ragione
 » che gli antichi avevano seguita: e questo felice ardi-
 » mento, che fu trattato di rivolta, ci valse una infinità
 » di nuove ed utili vedute sulla Fisica e sulla Geometria.
 » Allora si aprirono gli occhi, e si cominciò a pensare.
 » Cartesio cominciò dove gli Antichi avevano finito, vale
 » a dire diede la soluzione di un problema (quello delle
 » quattro rette), in cui, al dire di Pappo, quelli eransi
 » tutti arrenati. Si sa sino a qual punto egli ha portato
 » l'Analisi e la Geometria, e quanto l'alleanza che ne
 » ha fatto renda facile la soluzione di una infinità di pro-
 » blemi che prima di lui sembravano impenetrabili, ec. (*).

(*) *Vedi la prefazione all'Analyse des infiniments
 petits. Ecco come parlava l'Hopital ne' suoi tempi,*

6. Queste ragioni dell' Hopital si accordano con quelle del Cramer e sì le une che le altre non sono che lo sviluppo di alcune frasi colle quali Cartesio aveva già sentenziato che gli Antichi non avevano metodo , e che le loro investigazioni non erano che una raccolta di proposizioni slegate, e niente più. Purtuttavolta non bisogna tacere che gli ammiratori passionati dell' antica geometria oppongono alle solenni autorità da noi allegate le opinioni di alcuni geometri inglesi di gran merito, come Keil, Horsley, Gregory, Roberto Simson, Stewart, ec. ; e soprattutto la conosciuta predilezione che aveva il gran Newton per l' analisi geometrica degli Antichi. Quantunque vi sia una grande differenza tra un ragionamento solido ed una opinione o predilezione che dir si voglia, pure trattandosi di un uomo come Newton , ch'è stato lo scopritore del più potente metodo de' moderni , l' obbiezione acquista almeno apparentemente una gran forza ; e però merita di essere considerata con tutta l' attenzione possibile.

Volendo poi allontanare qualunque sospetto di prevenzione , che alcuno potesse apporci , riporteremo intorno a questo soggetto i pensamenti del dottissimo inglese Ba-

cioè un secolo e mezzo fa ; e cosa avrebbe detto se avesse conosciuto gl'immensi progressi fatti dalle matematiche ne' nostri tempi ? Eppure noi siamo obbligati a dover invocare in questi medesimi tempi la testimonianza di quel sommo geometra per opporci all' esagerate pretese di alcuni ammiratori degli Antichi.

den Powel, professore di matematiche nella università di Oxford. Ecco le sue parole :

« Una cosa che tendeva a limitare le applicazioni e
 » ad impedire i progressi del metodo delle flussioni, era
 » la predilezione che Newton aveva pel metodo sinte-
 » tico nello stabilire le sue proposizioni. Questo è evi-
 » dente in tutto il trattato della quadratura delle curve,
 » ed è mantenuto e difeso in quello delle flussioni. Il
 » metodo sintetico può essere acconcio alla semplice co-
 » municazione di verità elementari, ma ha questo difetto
 » essenziale, cioè che non presenta allo studente quei
 » principii generali per cui le verità furono scoperte e per
 » mezzo dei quali può esser condotto alla scoperta di
 » altre. Pare in fatti che Newton sia stato guidato nella
 » sua scelta più da considerazioni di gusto che di uti-
 » lità (*) ; poichè nel trattato delle flussioni si esprime
 » in questo modo : *Dopo che l'aja di una curva è*
 » *stata trovata e costrutta, dobbiamo fare in modo*
 » *nella dimostrazione della costruzione che, lasciando*
 » *da parte per quanto si può ogni calcolo algebrico,*
 » *il teorema sia ornato e fatto elegante, perchè sia*
 » *degno dello sguardo del pubblico.*

» Di questi principii egli diede una bella applicazione
 » pratica in quella opera ; ma checchè si pensi di questa

(*) *Era il gusto del secolo, come si rileva dalla storia delle matematiche di Montucla, e meglio dalla lettura degli autori contemporanei del Newton.*

» preferenza astrattamente , essa non può sicuramente
 » essere commendata per utilità ; e senza dubbio *lo spirito*
 » *di lei così istillato* nella scuola matematica inglese ebbe
 » per lungo tempo un pessimo effetto col reprimere le
 » applicazioni del calcolo delle flussioni ed il progresso
 » delle scoperte matematiche.

Passando poi il professore Powel a parlare dell'immortale libro del Newton , intitolato *Principia Mathematica* , etc. esprimesi come segue :

» Per riguardo allo stile ed alla maniera in cui queste
 » inestimabili ricerche si sono presentate dal loro autore
 » sembra fuori dubbio che sebbene egli abbia in tutto e
 » per tutto fatto uso del linguaggio e del metodo dell'antica geometria , scostandosene soltanto là dove la natura
 » delle cose assolutamente ve lo costringeva , pure le investigazioni furono originalmente fatte con un metodo assai
 » differente da quello in cui sono espresse nelle *Principia*.
 » Non si può dubitare che i risultamenti furono prima ottenuti per mezzo del calcolo delle flussioni , e che poscia le pruove sintetiche ne furono inventate con quella
 » facilità che tanto caratterizzava l'ingegno di Newton.

» Che la cosa sia così avvenuta , se ne ricava la certezza dal carteggio inedito di Newton con Cotes conservato a Cambridge relativo alla seconda edizione delle *Principia* , cui Cotes soprantendeva. In queste lettere il metodo analitico è quasi sempre impiegato nelle loro mutue discussioni di quei punti che sembrano richiedere maggiori spiegazioni.

» Quando Newton preparava la prima parte delle sue
 » ricerche per mandarle alla società Reale di Londra ,
 » egli diceva in una delle sue lettere : *io composi allora*
 » *alcuni teoremi* ; adoperando evidentemente questa pa-
 » rola nel senso degli antichi geometri , e volendo dire
 » che dopo avere scoperto i risultamenti coll'analisi , li
 » aveva posti sotto forma sintetica , senza la quale non
 » voleva che comparissero alla luce. »

In seguito volendo il professore Powel dar ragione del perchè Newton espose sotto forma geometrica le sublimi ricerche contenute nelle *Principia* , esprimersi come qui appresso :

» Egli temeva di annunziare il principio delle flussioni
 » perchè prevedeva che sarebbe stato malamente inteso,
 » e gli avrebbe suscitato contro ogni specie di cavilli e
 » di obbiezioni ; ed era da un'altra parte sul punto di
 » manifestare scoperte tali, che non solamente avrebbero
 » risvegliato ogni avanzo di pregiudizi Tolemaici , i quali
 » avevano ancora alcuni pochi aderenti , ma avrebbero
 » suscitato contro di lui la potente falange dei discepoli
 » della filosofia Cartesiana che regnava assoluta nelle uni-
 » versità. Sarebbe stato pertanto assai imprudente l'arri-
 » schiare l'annunzio delle sue scoperte in una forma nella
 » quale sarebbero state esposte ad una doppia guerra tanto
 » per se medesime , quanto pel metodo col quale erano
 » esposte ».

Riflettendo attentamente a quanto intorno a Newton ha detto il signor Powel , e che si accorda con quello

che il grande Eulero dice nella prefazione alla sua meccanica , e con ciò che in seguito è stato detto da d' Alembert , da Bailly , da Laplace , e da altri illustri geometri , possiamo conchiudere che la geometria degli antichi non solamente non ebbe alcuna parte nelle grandi scoperte del Newton , ma rese oscura ed intralciata la loro espressione ; ed ecco perchè il signor Francoeur parlando dell' analisi e della sintesi nel paragrafo 316 del suo corso di matematiche dice che nelle ricerche complicate la sintesi (cioè la geometria degli antichi) perde tutta la sua chiarezza , e che si deve ad essa preferire l' analisi (cioè il metodo de' moderni). Merita poi di essere osservato che il più volte lodato professore Powel attribuisce la decadenza delle matematiche avvenuta nell' Inghilterra dopo la morte di Newton al non avere i matematici inglesi coltivati i metodi analitici de' geometri del continente, ed all' essersi invece occupati con grande ingegno , e con indefessa fatica a restaurare le opere perdute dell' antica geometria ; e passando in fine a parlare dello stato presente delle matematiche nella patria del gran Newton pronuncia le parole qui appresso , che noi lasceremo meditare a quei matematici che citano continuamente Keil , Simson, Horsley ec. per provare la necessità di coltivare la geometria antica in luogo della geometria analitica a due ed a tre coordinate.

- » Nondimeno da pochi anni cominciò a mostrarsi in
- » Inghilterra un notevole cambiamento nello stato delle co-
- » gnizioni matematiche. Sono appena scorsi venti anni da

» che ci siamo avveduti per la prima volta di esser molto
 » indietro di tutto il rimanente di Europa in queste scienze,
 » non per mancanza di primarii ingegni , ma per la cat-
 » tiva loro applicazione ad oggetti non degni , o almeno
 » tali da non poter per loro natura menare ad alcun no-
 » tabile progresso. Da quel tempo in qua le opere e le
 » invenzioni dei gran matematici del continente sono state
 » presso noi introdotte e studiate ; e non è necessario il
 » dire che non prima furono intese ed apprezzate , esse
 » eccitarono un grande ardore per la coltivazione di questi
 » metodi ; sebbene esso siasi forse piuttosto mostrato in
 » minuti miglioramenti e in perfezionamenti di trattati
 » che in estese ricerche originali. Queste però non man-
 » carono interamente, e noi non dobbiamo temere di
 » porre a fronte delle invenzioni del continente le ricerche
 » analitiche dei Woodhouse , Bromhead , Ivory , Bab-
 » bage ed Herschel. » (*)

Alle cose precedenti si potrebbe aggiungere che la voluta predilezione di Newton per l' antica geometria proveniva dal gusto del suo secolo. Infatti é opinione del Montucla che i mirabili teoremi del grande Ugenio furono

(*) *Il signor Powel ha fatta nel suo libro menzione degli autori delle opere e delle invenzioni, di cui ragiona in questo luogo. E parlando delle opere elementari ha messe in primo luogo quelle del Legendre , e del Lacroix, che alcuni pretendono non aver prodotto altro presso di noi che ibridi progressi , mentre hanno rigenerate le matematiche nella patria del gran Newton!*

dapprima trovati coll'analisi algebrica, ed indi tradotti in sintesi elegantissima; ed è noto che Pascal e Roberval, geometri del primo ordine adoperavano da principio il metodo degl' indivisibili per risolvere i problemi, ed in seguito dimostravano la verità de' loro risultati alla maniera degli antichi. Quindi si crede ora generalmente che i geometri contemporanei del Newton abbiano fatte coll'analisi algebrica le numerose scoperte che li hanno illustrati, e che servirono di base ai lavori dei loro successori. Ma sia per nascondere il cammino da essi seguito, sia perchè non essendo molto abituati a questo metodo, essi non ardivano confidarvisi interamente; avveniva che quando erano giunti ad una proposizione essi non la pubblicavano senza prima tradurla nel linguaggio degli antichi. Spesso nascondevano il cammino che ve li aveva condotti, perchè i loro procedimenti d'invenzione non essendo ridotti a regole, ed a metodi generali, essi avevano il più grande interesse di tenerli nascosti, a fine di non comunicare altrui le armi che potevano farli trionfare dei loro rivali nelle controversie, e nelle disfide che rinnovavansi ogni giorno.

7. Queste riflessioni potranno servire a risolvere alcune obbiezioni fatte da uomini grandi contro l'analisi algebrica, che noi non vogliamo dissimulare, e che sono state espresse nel modo seguente:

- » Quali che essi siano i vantaggi dell'analisi algebrica
- » sul metodo geometrico degli antichi, detto volgarmente
- » benchè assai impropriamente *sintesi*, esistono nulla-

» dimeno alcuni problemi, ne' quali questa *sembra* da pre-
 » ferirsi, tanto per la chiarezza luminosa che l'accom-
 » pagna, quanto per l'eleganza, e la facilità delle so-
 » luzioni. Anzi ve ne sono di quelli per i quali l'analisi
 » algebrica *sembra* essere in certo modo insufficiente, e
 » dove *pare* che il metodo sintetico sia solo capace di
 » arrivare. Il problema in cui si tratta di determinare
 » l'attrazione che uno sferoide ellittico esercita sopra un
 » punto qualunque situato sulla sua superficie, o nel suo
 » interno, è di questa specie.

» Maclaurin, che il primo ha risoluto questo problema
 » ha seguito un metodo puramente geometrico, e fon-
 » dato unicamente sopra alcune proprietà della ellisse, e
 » degli sferoidi ellittici, e convien confessare che questa
 » parte dell'opera di Maclaurin è un capolavoro di geo-
 » metria, che si può paragonare a quanto Archimede
 » ci ha lasciato di più bello ed ingegnoso ».

Queste parole di Lagrange mostrano apertamente che quell'immortale geometra si era seriamente occupato delle obbiezioni che i sintetici facevano agli analisti del secolo passato; ma il modo dubitativo introdotto nel suo discorso con la ripetizione della parola *sembra*, dimostra ad evidenza che egli, colla conosciuta sua moderazione voleva accennare che le obbiezioni di cui si parla non provavano altra cosa se non che quei problemi, pretesi refrattari all'analisi algebrica, non erano stati attaccati da geometri capaci di maneggiare come si conveniva questo mirabile strumento; ed infatti egli soggiunge: « io mi

» propongo in questa memoria di far vedere che ben
 » lungi dal rifiutarsi all'analisi, il problema di Maclaurin
 » può essere con essa convenevolmente risoluto; il che
 » servirà a distruggere una delle principali obbiezioni
 » fatte contro l'analisi algebrica, ec ».

Ma quantunque il problema di Maclaurin fosse stato egregiamente risoluto coll'analisi algebrica, ed in seguito Laplace, e Poisson avessero estese le loro considerazioni anche all'attrazione degli ellisoidi, pure un illustre Matematico italiano ha ricavato dalla sublimità stessa di questi lavori analitici un argomento in favore dei metodi puramente geometrici; ed è che in alcune recenti memorie sull'attrazione degli ellisoidi il sig. Chasles trova con ammirabile prontezza e semplicità varii teoremi che Laplace e Poisson cavarono da un gineprajo di formule, onde ne deduce che il metodo degli antichi va talvolta più dirittamente allo scopo. Ed in ciò egli si trova essere di accordo col Lacroix, il quale dice che alle volte la sintesi ripigliando le cose da un punto di vista non tanto alto quanto l'analisi, conduce allo scopo in un modo più semplice.

» Ma si potrebbe da questo fatto conchiudere che la sintesi
 » debba preferirsi all'analisi? L'illazione, dice il sullodato
 » Matematico italiano, sarebbe falsa, ed anche ridicola,
 » e si dovrebbe gridare la croce addosso a chi sostenesse
 » simili opinioni.

8. Noi siamo ben lontani dal voler negare alla sintesi gli accennati vantaggi; ma ci sembra che sieno stati valu-

tati più di quello che si conveniva. Infatti abbiamo già osservato che Newton, Ugenio, Pascal, Roberval, ec.. traducevano in sintesi le scoperte fatte coll'analisi, e perchè non avrà fatto lo stesso il Maclaurin, ch'era un analista di primo ordine? E che altro ha fatto il signor Chasles se non tradurre in sintesi i teoremi già scoperti coll'analisi da Laplace, e da Poisson? In matematica tutta la difficoltà consiste nello scoprire una verità; poichè quando è trovata, un geometra abile può dimostrarla in altro modo, e spesso assai più semplice. Di ciò si ha un esempio memorabile nella dimostrazione del teorema di Eulero sui poliedri, che venne scoperto da questo sublime geometra con un'analisi assai complicata. Legendre, Lhuillier, ed altri distinti geometri resero in progresso di tempo più semplice la dimostrazione di Eulero, e finalmente furono scoperti tali punti di contatto colle verità della geometria elementare che il dottissimo sig. Gergonne poté dimostrare lo stesso teorema senza alcuna figura in brevi parole. E non è noto ai geometri che l'illustre Monge tradusse in geometria pura le teorie dell'analisi applicata alla geometria; e che il sig. Lacroix fece questa stessa traduzione appena seppe che Monge l'aveva fatta? Nè deve tacersi che molti lavori geometrici di grandissimo pregio fatti nei nostri tempi hanno avuto la loro origine non già dalla geometria degli antichi, ma da quella che i discepoli di Monge chiamano *geometria pura*, nella quale si fa uso di principii che grandemente s'avvicinano alla generalità dell'analisi algebrica, da cui tale geo-

metria è derivata ; principii ignoti agli antichi , e perciò non mai da essi adoperati , camminando la geometria antica sempre per vie particolari , ed appoggiandosi sempre a lemmi , ossia alle particolari proprietà del soggetto che considerava. Gli stretti limiti di questo scritto non ci permettono di entrare in altre spiegazioni : ma basterà dire che il sullodato sig. Gergonne dichiara apertamente che egli non fa alcun caso della geometria degli antichi , mentre fa grandissimo conto della *geometria pura* , colla quale , egli soggiunge , si sono scoperte in venti anni più proprietà dell'estensione che non n'erano state trovate in venti secoli coll'antica geometria.

9. Riepilogando ora quanto fin qui si è detto , si può concludere che la geometria degli antichi , ed in suo luogo la così detta geometria pura , può essere assai vantaggiosa in alcuni casi particolari , ma che l'analisi algebrica come metodo generale , e di una forza immensa , dev'essere coltivata a preferenza , abbandonando lo studio dei metodi particolari a coloro che vogliono approfondire qualche punto particolare di scienza ; ed ecco perchè Eulero , secondo dice Condorcet , impiegò tutte le forze del suo ingegno per sottomettere le scienze matematiche al dominio dell'analisi algebrica. Ma se questo dominio deve aver luogo allorchè si tratta d'inventare , che diremo ove si tratti dell'insegnamento delle matematiche ?

» Prefrite , dice Laplace , nell'insegnamento i metodi
 » generali ; presentateli nel modo più semplice , e ve-
 » drete nel tempo stesso ch'essi sono sempre i più facili:

» ed è un errore , soggiunge Lacroix , il credere che
 » i metodi generali abbiano bisogno di essere preceduti
 » dalla esposizione dei metodi particolari ; essi bastano
 » per se stessi allorchè vengono esposti convcnevolmente ,
 » e non incontrano nella mente di quelli che li studiano
 » vecchie idee da cancellare , o pregiudizi da distrug-
 » gere. La necessità di fare una scelta fra i metodi non
 » può dar luogo ad alcun dubbio per coloro i quali co-
 » noscono l'estensione della scienza ; e se *si desiderano i*
 » *metodi sintetici* , *perchè si crede trovare in essi mag-*
 » *giore evidenza* , non si può di buona fede prescri-
 » ai metodi analitici che sono più fecondi , e secondo
 » i quali sono scritte le opere dei geometri dei nostri
 » giorni , che conviene necessariamente studiare se si
 » vuole andare al di là degli elementi.

» Osserverò in questa occasione che importa assai il
 » coordinare le opere elementari con quelle che conten-
 » gono le teoriche più elevate : in tal modo i giovani
 » risparmiano molta fatica , e si conservano ad essi le
 » forze necessarie per aprirsi nuove strade , forze che
 » avrebbero esaurite nel dover acquistare la semplice cogni-
 » zione dello stato della scienza. È oggi fuori dubbio che
 » la *meccanica analitica* di Lagrange , e la *meccanica*
 » *celeste* di Laplace sono le vere sorgenti , ove si può
 » attingere la conoscenza compiuta e metodica di tutte le
 » proprietà dell'equilibrio e del moto dei corpi , sia solidi,
 » sia fluidi , le quali formano la principale applicazione
 » dell'analisi trascendente; convien dunque oramai che gli

» elementi sieno composti in maniera da condurre alla intelligenza di quelle opere ».

Partendo da queste giuste considerazioni gli autori delle migliori istituzioni moderne di matematiche pure , e di meccanica hanno limitata la parte sintetica dell'insegnamento alla sola geometria elementare ; e tutto ciò che spetta alle quistioni più elevate di geometria poggia ora intieramente sulla geometria analitica a due ed a tre coordinate , la quale contiene l'applicazione dell'algebra alla geometria , e procede non già coll'ajuto di costruzioni particolari che si devono variare per tutti i casi , come avviene nella così detta *analisi cartesiana* , ma adoperando i metodi generali che Lagrange e Monge hanno fatto conoscere i primí nelle loro opere ; metodi insegnati in seguito da Monge nella celebre scuola politecnica , e che Lacroix fu il primo ad introdurre magistralmente nel suo eccellente corso di matematiche pure.

Questa nuova e feconda maniera di applicare l'algebra alla geometria ha fatto scomparire dai libri destinati all'insegnamento quell'amalgama informe dei vecchi e dei nuovi metodi , che ritardava il cammino , e comprimeva l'energia intellettuale di chi si applicava allo studio delle matematiche ; il che è stato uno dei più grandi servigi che siansi mai prestati all'insegnamento di dette scienze. Pur-tuttavolta non mancarono oppositori a questa maniera di vedere del Lagrange e del Monge , quantunque fosse la conseguenza necessaria , ed il perfezionamento di quauto intorno a questo soggetto avevano fatto Cartesio , Newton ,

Clairaut, Cramer, Eulero, ec. ec. : nè ciò deve recar meraviglia, dappoichè è difficile, per non dire impossibile, togliere ai vecchi la predilezione per certi metodi particolari, non perchè questi sieno, come essi dicono, più facili, ed eleganti, ma solamente perchè portano il suggello dell' antichità, e però sono più conformi alle abitudini acquistate, che costerebbe troppo il dover riformare. Non si rinnova così facilmente il caso del grande Ugenio, il quale, essendo già vecchio, non solo si pose a studiare l' analisi infinitesimale, ma dichiarò ancora che questa nuova scoperta era infinitamente superiore ai metodi da esso adoperati per tutto il corso della sua vita, e con i quali aveva fatto immortali scoperte. Non è dunque da far meraviglia, ripetiamo, se i vecchi matematici eccetto alcuni del primo ordine, non adottarono la geometria analitica; ma ciò che sorprende si è che quelli stessi ch'erano più disposti a riconoscere i vantaggi della geometria analitica, sia sotto al rapporto della uniformità dei suoi procedimenti, sia in quanto che essa sola gode del privilegio di condurre il geometra costantemente al termine delle sue ricerche senza andare a tentoni, quelli stessi le rimproveravano di non offrire per la risoluzione dei problemi se non costruzioni assai complicate, e di non dimostrare i teoremi che con calcoli, di cui la prolissità è qualche volta ributtante. Così il dotto Lhuillier nei suoi *Elementi di analisi geometrica* parlando del famoso problema del Cramer, in cui si tratta d'iscrivere nel cerchio un triangolo, di cui i lati prolungati passino per tre punti

dati , pretese che, sia intorno al modo di stabilire l'equazione , sia sotto il rapporto della costruzione , la geometria analitica che egli chiama *metodo delle coordinate*, non sembrava potersi applicare comodamente. E si volle ancora assegnare donde provenivano queste difficoltà, dicendosi che ai dati , ed alle incognite naturali di una questione proposta, la geometria analitica sostituisce le loro coordinate , cioè dati ed incognite fittizie ed arbitrarie , onde ne deve nascere la complicazione delle costruzioni che se ne deducono , e quella della dimostrazione de' teoremi.

10. Sono già passati molti anni dacchè il dotto Gergonne , ed altri distinti geometrici , hanno vittoriosamente risposto a tutte queste difficoltà. Infatti il primo diede colla geometria analitica una costruzione elegantissima del suddetto problema del Cramer ; ed avanti che il lavoro del Gergonne fosse presso di noi conosciuto , un nostro distinto geometra aveva risoluto lo stesso problema con i soli mezzi della geometria analitica , e ne aveva data una elegante costruzione. Oltracciò lo stesso Gergonne risolvette il così detto *problema delle tazioni* , ed altri ancora di una grande difficoltà ; ed in questo modo la obbiezione del Lhuillier venne col fatto dileguata. In quanto poi ai teoremi , basterà dire che il sullodato Gergonne ha dato colla sola geometria analitica la teoria della curvatura delle linee , e delle superficie curve , trattando un soggetto che sembrava appartenere alla più trascendente analisi infinitesimale. Ed è poi noto che negli Annali di matemati-

che , ed in opere recenti relative alla geometria analitica trovasi un immenso numero di teoremi di pura geometria dimostrati colla geometria analitica elegantemente: nè vogliamo tacere che anche nel nostro paese sono stati pubblicati da qualche tempo in qua lavori analitici , che si possono senza alcun dubbio contrapporre a quanto di più elegante e di più ingegnoso è stato prodotto nel resto dell' Europa , e che mostrano a chiare note i progressi che presso di noi vanno facendo le matematiche , dacchè si è avuta la saggezza di abbandonare i vecchi sistemi nell' insegnamento delle medesime (*).

(*) *Si veggia la Raccolta di problemi di geometria risolti coll' analisi algebrica , pubblicata in Napoli nell' anno 1838. Avremmo potuto far menzione di altri lavori eseguiti presso di noi colla geometria analitica ; ma il nostro scopo , come altrove abbiamo avvertito, era quello di parlare dei metodi geometrici in generale , e non già di fare la storia de' problemi risolti con tali metodi , o del progresso di questa parte delle matematiche nel nostro paese ; ed ecco perchè nella prima edizione di queste considerazioni non facemmo neanche menzione che presso di noi un dotto professore pubblicò una istituzione di Analisi a due coordinate appena che comparvero le istituzioni di Lacroix , di Biot , e di Collalto ; ed un altro dotto scrisse gli elementi di Analisi a tre coordinate. Il che prova che in Napoli si sono sempre seguiti i progressi delle matematiche , se*

E rispetto alla introduzione delle coordinate in luogo delle *incognite naturali del problema*, l' opposizione è tutta a favore della geometria analitica; perocchè l' introduzione delle coordinate ha per oggetto di esprimere i diversi luoghi geometrici relativi alla quistione, i quali servono da principio a tradurre immediatamente in linguaggio algebrico le condizioni del problema, senza gli apparecchi e gl' incerti artifizii particolari dell'ingegno, e si prestano infine mirabilmente alla semplicità ed eleganza della composizione del problema stesso, evitando le eterne quartе proporzionali del metodo Cartesiano. E poi, chi impedisce di assumere altre incognite, mentre si fa uso delle coordinate? Queste riflessioni, che non possono in questo luogo ottenere il necessario sviluppo, sono avvalorate e confermate dagli esempi e dai fatti enumerati qui sopra, i quali hanno provato ad evidenza, soprattutto ne' lavori analitici presso di noi pubblicati, che la geometria a due e tre coordinate, trattata da mano perita, offre quanto la geometria antica, e meglio della Cartesiana, costruzioni grafiche di greca eleganza, e così questo antico pregiudizio è anche rispettato: diciamo pregiudizio, perocchè come ben dice l' illustre Biot, « le costruzioni » geometriche devono essere considerate solamente come » un mezzo elegante di dipingere le soluzioni dei problemi,

non in tutti gli stabilimenti scientifici, almeno nelle Regie scuole speciali, che sono propriamente gli stabilimenti addetti allo studio delle scienze esatte.

» e non già come un procedimento abbastanza rigoroso
 » per trovare i valori numerici delle incognite. Rispetto
 » a quest' ultimo oggetto il calcolo è infinitamente pre-
 » feribile, perchè la sua esattezza è indefinita: ed anche
 » conviene meglio ricorrere ad esso, quando la costru-
 » zione non è semplicissima (*).

11. Tutti gl' inconvenienti che si vorrebbero appro-
 priare alla geometria analitica non nascono dunque dalla
 natura dell' istrumento, ma dalla maniera di adoperarlo;
 e sosteniamo col Gergonne che, quando le formole di
 questa geometria saranno state maneggiate tanto tempo,
 quanto n' è passato dacchè si contemplano i cerchi, ed
 i triangoli, questa sublime parte delle scienze esatte avrà
 sulla geometria degli antichi, e sulla geometria pura,
 anche rispetto alla costruzione dei problemi, ed alla di-
 mostrazione dei teoremi puramente geometrici, quella

(*) *Le costruzioni di certi problemi difficili risolti
 colla sintesi sono eleganti in apparenza, ma nel fondo
 riescono complicatissime. Così la costruzione data da
 Vieta del problema, in cui si tratta di descrivere un
 cerchio che tocchi tre cerchi dati, è elegante in appa-
 renza ma in realtà è assai complicata, perchè dipende
 dalle costruzioni di nove problemi precedenti. Lo stesso
 avviene pel problema analogo risolto da Fermat intorno
 ai contatti sferici. E chi mai vorrebbe risolvere il pro-
 blema del Malfatti colla spaventevole analisi geometrica
 datane dal Pauker?*

stessa superiorità che niuno le contrasta per tanti altri riguardi.

Che si dovrà dunque pensare di coloro , i quali sostengono che nelle istituzioni di matematica deve predominare il metodo degli antichi , ed il metodo misto di geometria e di algebra , cui danno il nome di *analisi Cartesiana* ? Essi pretendono , per esempio , che in luogo della geometria analitica del Biot , del Lacroix , del de Fourcay , ec. , e della meccanica del Venturoli , del Francoeur , del Poisson e del Navier , debba la gioventù istituirsi in certi vecchi trattati di sezioni coniche sintetiche , di sezioni coniche analitiche , di luoghi geometrici , e di meccanica , che oramai sono divenuti oggetti di semplice erudizione ; perocchè la scienza ha fatto , dopo l'epoca in cui quelli furono scritti , progressi tali che spesso si trova cangiato financo il linguaggio che adoperavasi anticamente. Per giustificare una siffatta maniera di pensare , essi proclamano che le matematiche sono presso di noi in decadenza , e ne attribuiscono tutta la colpa all' essersi tralasciato di coltivare i vecchi metodi , ed all' essersi messe nelle mani della gioventù istituzioni di matematiche pure e di meccanica , nelle quali predomina la geometria analitica a due ed a tre coordinate. Purtuttavia essi dichiarano che questa non dev' essere rifiutata , e che deve tenersene conto nelle nuove istituzioni , che intendono fare , dell'applicazione dell'algebra alla geometria , ma vi aggiungono tali e tante limitazioni , che ci sembrano equivalere ad una officiosa proscrizione. Ed in fatti non

solamente ripetono continuamente le obbiezioni sopracitate, senza darsi alcun carico che da tanto tempo sono state confutate, e che tutti i geometri della terra coltivano ora con ardore la geometria analitica, ma vi aggiungono ancora delle accuse di conio tutto nuovo. Così, per citarne qualcuna, sostengono che certi problemi delle *inclinazioni* non si possono affatto risolvere colla geometria analitica, perchè questa è mancante della sintesi, che è *la luce dei siti*; e che se riesce a qualche abilissimo analista di addentarne alcuno, i calcoli che deve fare sono di una immensa complicazione, e poi tutta questa erculea fatica è perduta, perchè i risultamenti finali non si possono affatto costruire. Insomma essi pretendono che nelle quistioni puramente geometriche e dipendenti dal sito, la geometria analitica non ha alcun valore, e che deve in questi casi preferirsi il metodo degli antichi in primo luogo, ed in secondo luogo l'analisi cartesiana. Oltracciò sostengono che le formole cui arriva in siffatte quistioni la geometria analitica sono spesso totalmente *chimeriche*, vale a dire non hanno alcun significato, il quale possa interpretarsi geometricamente; e che i procedimenti di questa scienza non hanno più la nobiltà delle operazioni dell'ingegno, onde la geometria ne rimane degradata, riducendosi ad una pura *arte combinatoria*, ec. ec.

Ma quali prove adducono di siffatte assertive? Noi non possiamo qui riportarle, e rivolgendoci a coloro che non potranno, o non vorranno ricercarle ne' libri in cui si trovano, possiamo assicurarli che quei problemi delle in-

clinazioni , espressi in termini intelligibili , si riducono a semplici problemi indeterminati ; e che sia così basterà leggere la seguente enunciazione di uno di questi problemi:

» Dato di posizione un angolo rettilineo ABC , ed una
 » qualunque curva EDG , condurre da un punto D di
 » questa due rette DA , AC sui lati di quell' angolo ,
 » talchè esse vi facciano angoli dati CDE , ADG colla
 » sua tangente GDH , o co' lati di quell'angolo. »

L'autore napolitano da cui l'abbiamo ricavata, dopo² di aver fatta l'analisi geometrica di questo problema nello stile degli antichi , dice che il punto D si trova sopra una ellisse , la quale con la sua intersezione colla curva data dà i punti cercati.

Si vede dunque che il problema è indeterminato , e che la curva EDG potrebbe anch' essere tracciata a caso essendo estranea alla natura del problema. E problemi di questa specie si dichiarano refrattari all'analisi algebrica?

Ma noi rimettiamo queste cose al giudizio de' geometri e ci rivolgiamo a fare qualche osservazione intorno alla *luce del sito* , di cui più sopra si è parlato. Diciamo dunque ch' essa trovasi tutta nella geometria analitica , e manca nella sintesi , siccome riflette il celebre Libri , ed ha potuto di leggieri comprendere da so medesimo chiunque avea la mente fatta per lo studio di queste scienze ; perchè soltanto per mezzo delle coordinate le grandezze sono date di sito veramente , come non lo erano nella geometria antica , la quale , senza lo stabilimento degli assi , non poteva considerare se non posi-

zioni relative, assolute giammai, onde mancava agli antichi l'arte di discutere esattamente e completamente la soluzione di un problema (*). Finalmente diciamo, che

(*) *Chiunque voglia di ciò esser certo, potrà leggere in Pappo le soluzioni fatte dagli antichi di alcuni famosi problemi, e soprattutto quelle del problema della trisezione dell'angolo. È noto che questo problema conduce ad una equazione del terzo grado, in cui le tre radici sono reali; e per conseguenza non si può arrivare alla costruzione di esso senza la intersezione di due curve coniche, il che dà tre punti d'intersezione. Ora, di queste tre soluzioni gli antichi ne considerano una sola, e trascurano le altre, senza dire neanche una parola intorno ad un caso così singolare, cioè quello di avere tre soluzioni mentre se ne cercava una sola! Eppure gli antichi eransi occupati di questo problema per lo spazio di 800 anni almeno. Ma per rimanere vieppiù convinti di quanto diciamo, basterà leggere in Archimede ed in Eutocio le soluzioni del problema, in cui si tratta di dividere la sfera in data ragione. Si vedrà subito che il metodo degli antichi era non solo penoso, ma imperfetto; dappoichè lo stesso Archimede appena con grandissimo stento arrivò ad una proporzione, ch'è una equazione del terzo grado, ossia arrivò a mettere il problema in equazione, ma non poté risolvere questa equazione con i mezzi geometrici, onde la sua soluzione non ha alcun valore; e di più, dopo*

tutte le altre difficoltà sono nate dal non aver saputo interpretare come si conveniva il linguaggio simbolico dell'algebra, poichè non vi è formola algebrica che non corrisponda a qualche fatto geometrico, nè proprietà dell'estensione che non abbia la sua corrispondente formola algebrica; e però non vi è proprietà dell'estensione, o costruzione grafica che non possa rinvenirsi per mezzo dell'algebra. Ma non vale la pena di trattenersi ulteriormente a combattere simili argomenti.

12. E venendo alla conclusione, da quanto si è detto risulta evidentemente che l'analisi algebrica è il metodo generale, ed il più potente che possessa la mente umana; e che la geometria degli antichi, e molto più la così detta geometria pura, presentano alle volte vantaggi assai preziosi; ma a nostro modo di vedere, questi medesimi vantaggi, almeno nelle quistioni complicate, non potrebbero ottenersi se quelle quistioni non fossero prima sottoposte alla potenza inventiva del calcolo. Infatti abbiamo

800 anni Eutocio, Diole, e Dionisidoro ci dettero soluzioni, che a giudizio di Alfonso Borelli sono difettose; e tennero soltanto conto di una soluzione, che faceva al caso, trascurando le altre due delle quali non dissero neanche una parola. Si paragonino ora queste soluzioni con quello che dice il celebre Poinsoi in una nota all'Archimede del Peyrard relativa a questo problema, e si vedrà subito che le nostre assertive poggiano sopra salde basi.

veduto che i più forti argomenti a favore del metodo degli antichi e della geometria pura sono tratti dagli scritti di Newton, di Ugenio, di Maclaurin e di Chasles, cui si potrebbero aggiungere quelli di Fermat, di Poncelet, di Steiner, non che le ricerche geometriche di Pessuti intorno ai fenomeni dei tubi capillari, e di Belli sulla distribuzione della elettricità nei corpi; ed altre ricercandone, ed a queste aggiungendole, si troverà sempre che tali lavori sono usciti dalle mani di uomini che possedevano l'analisi algebrica in superlativo grado, onde questo mirabile strumento direttamente, o indirettamente ebbe sempre la parte principale in quelle importanti scoperte.

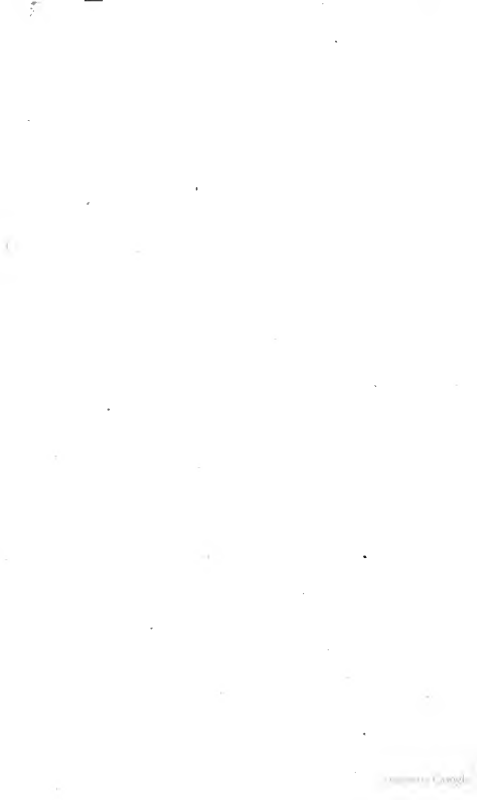
Per la qual cosa stimiamo che l'analisi algebrica debba considerarsi l'anima di tutte le scienze matematiche, apprezzando però sempre come si conviene qualunque lavoro classico fatto con una geometria semplice e svelta, emula in certo modo dell'analisi, e quale si ammira nelle opere del Newton, e nelle moderne ricerche di questo genere: perocchè i metodi sono gli strumenti logici del pensiero, e come tali niuno deve essere disprezzato, potendo qualunque metodo divenire una leva d'immensa forza nelle mani del genio.

CARLO ROCCO

*professore di matematica
del R. Collegio Militare.*

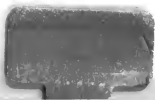


678724









BIBLIOTECA

B
Mis

NA